DÉNOMBREMENTS

Parties d'un ensemble

$$\text{Si card } E = n, \ \text{card } \mathcal{P}(E) = 2^n$$

ex. l'ensemble {a,b,c}, de cardinal 3 a 2^3=8 parties : $\varnothing$, $\{a\}$, $\{b\}$, $\{c\}$, $\{a,b\}$, $\{a,c\}$, $\{b,c\}$, $\{a,b,c\}$

Nombre de séquences à p éléments d'un ensemble à n éléments

$$n^p$$

C'est aussi le nombre d'applications d'un ensemble à p éléments dans un ensemble à n éléments.
Dans ce type de distribution, ***les répétitions sont possibles et il est tenu compte de l'ordre.***
C'est la formule à appliquer en cas de <u>TIRAGES SUCCESSIFS AVEC REMISE</u>

ex. il existe 10^3 = 1000 nombres à 3 chiffres. (le premier pouvant éventuellement être zéro)

Nombre de listes à p éléments d'un ensemble à n éléments

$$\frac{n!}{(n-p)!} \qquad (\ p \leqslant n\ )$$

(ou $n(n-1)(n-2)\ldots(n-p+1)$)
C'est aussi le nombre d'injections d'un ensemble à p éléments dans un ensemble à n éléments.
Dans ce type de distribution, ***aucune répétition n'est possible et il est tenu compte de l'ordre.***
C'est la formule à appliquer en cas de <u>TIRAGES SUCCESSIFS SANS REMISE</u>

ex. il y a $A_{10}^3 = 10\times9\times8 = 720$ *tiercés possibles dans l'ordre, avec 10 partants.*

Nombre de parties à p éléments d'un ensemble à n éléments

$$\binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!} \qquad (\ p \leqslant n\ )$$

(*COMBINAISON* ou coefficient binomial)

Dans ce type de distribution, ***aucune répétition n'est possible et il n'est pas tenu compte de l'ordre.***
C'est la formule à appliquer en cas de <u>TIRAGES SIMULTANÉS.</u>

ex. il ya $\binom{10}{3} = 120$ *tiercés possibles (dans le désordre), avec 10 partants.*

Nombre de permutations d'un ensemble à n éléments

$$n!$$

C'est aussi le nombre de bijections d'un ensemble de cardinal n sur lui-même.

ex. le mot ANANAS a $\dfrac{6!}{3!2!} = 30$ *anagrammes. (A est répété 3 fois et N 2 fois)*

Propriétés des coefficients du binôme

$\binom{n}{0} = 1$	$\binom{n}{n} = 1$	$\binom{n}{1} = n$	$\binom{n}{n-1} = n$	$\binom{n}{n-p} = \binom{n}{p}$	$\binom{n+1}{p} = \binom{n}{p} + \binom{n}{p-1}$

Formule du binôme de Newton

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$$

ex. $(a\pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$

en particulier, pour a=b=1, on obtient :

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \ldots + \binom{n}{n} = 2^n$$

Triangle de Pascal

$$\binom{n}{p}$$

n=0	1					
n=1	1	1				
n=2	1	2	1			
n=3	1	3	3	1		
n=4	1	$\boxed{4}$ +	$\boxed{6}$	4	1	
n=5	1	5	$\boxed{10}$	10	5	1
.						
.						
.	p=0	p=1	p=2	p=3	p=4	p=5